Formálne jazyky a automaty

10. marca 2002

1 Zadanie

Zostrojte kontextovú gramatiku, ktorá generuje jazyk L, kde

$$L = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j >= 0\}$$

2 Riešenie

V triede kontextových gramatík táto úloha nemá riešenie, pretože nevieme zostrojiť prázdne slovo ϵ. Skúsme však nájsť riešenie v triede rozšírených kontextových gramatík.

Pre rozšírené kontextové gramatiky platia rovnaké pravidlá ako pre kontextové gramatiky s tým, že môže existovať jedno pravidlo, ktoré nám prevedie sigmu na epsilon, tj. $\sigma \to \epsilon$.

Riešením je teda gramatika

$$G = (N, T, P, \sigma)$$

kde

$$N = \{\sigma, \sigma_1, \sigma_2, B, C\}$$

$$T = \{a, b, c, d\}$$

Množina pravidiel je definovaná takto:

$$
P = \left\{ \begin{array}{rcll}
\sigma & \rightarrow & \sigma_1\sigma_2 \mid \sigma_1 \mid \sigma_2 \mid \epsilon & (p_1) \\
\sigma_1 & \rightarrow & a\sigma_1 C \mid aC & (p_{21}) \\
\sigma_2 & \rightarrow & B\sigma_2 d \mid Bd & (p_{22}) \\
CB & \rightarrow & BC & (p_3) \\
aB & \rightarrow & ab & (p_{41}) \\
bB & \rightarrow & bb & (p_{42}) \\
Cd & \rightarrow & cd & (p_{43}) \\
Cc & \rightarrow & cc & (p_{44})
\end{array} \right\}
$$

3 Zdôvodnenie

Pravidlá p_1 slúžia na rozdelenie slova na dve časti. Zároveň riešia špecifický prípad, keď $i = j = 0$.

Po tom, ako sa máme slovo rozdelené, vytvoríme v prvej časti pomocou pravidiel p_{21} i terminálov a a i neterminálov C. Podobne v druhej časti, kde pomocou pravidiel p_{22} vytvoríme j neterminálov B a j terminálov d.

V tejto fáze máme slovo v tvare

$$a^i C^i B^j d^j$$

Pravidlo p_3 slúži na výmenu neterminálov B a C. Pomocou neho budú neterminály B postupovať smerom vľavo a neterminály C smerom vpravo.

Nakoniec, keď neterminály B resp. C dorazia na koniec terminálov a resp. začiatok terminálov d, zmenia sa tieto neterminály na svoje príslušné terminály podľa pravidiel p_{41} a p_{43}. Vďaka tejto zmene, pri ktorej vzniknú nové terminály b a c, sa postupne pomocou pravidiel p_{42} a p_{44} zmenia aj zvyšné neterminály, až nakoniec dostaneme slovo v požadovanom tvare

$$a^i b^j c^i d^j$$

4 Záver

Úlohu sa mi podarilo úspešne vyriešiť a dokázať.